

Методическое письмо подготовлено  
на основе аналитического отчета  
«Результаты единого государственного экзамена 2009 года» и  
диагностических исследований  
членами Федеральной предметной комиссии по математике  
И.Р. Высоцким, к.физ-мат.н. В.В. Панфёровым, к.п.н. А.В. Семеновым,  
д.физ-мат.н. И.Н. Сергеевым, д.физ-мат.н. В.А. Смирновым, к.физ-мат.н.  
И.В. Яценко.  
Научный руководитель член-корреспондент РАН, РАО А.Л.Семенов.  
Утверждено директором ФИПИ А.Г. Ершовым.

### **Методическое письмо**

#### **Об использовании результатов единого государственного экзамена 2009 года в преподавании математики в образовательных учреждениях среднего (полного) общего образования**

Единый государственный экзамен представляет собой форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы основного общего и среднего (полного) общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольных измерительных материалов).

В 2009 году произошли принципиальные изменения в нормативных документах, определяющих порядок проведения ЕГЭ. С 2001 года по 2008 год назначением единого государственного экзамена по математике было определение уровня подготовки выпускников средней (полной) общеобразовательной школы по алгебре и началам анализа с целью государственной (итоговой) аттестации и отбора при поступлении в ссузы и вузы. С 2009 года итоги экзамена по математике при получении любого удовлетворительного результата, не влияют на отметку по математике в аттестате о среднем (полном) общем образовании.

В профессиональном сообществе с начала эксперимента по введению ЕГЭ года велось обсуждение вопросов, связанных с качеством и направлениями развития математического образования в России и с их отражением в содержании ЕГЭ по математике. Одним из итогов этого обсуждения стало существенное изменение экзаменационной модели ЕГЭ по математике 2010 года.

Развитие ЕГЭ по математике определяется основными задачами, которые стоят перед образованием в связи со стратегическими направлениями социально-экономического развития России до 2020 года: «Приоритетной государственной задачей является обеспечение качественного базового уровня математических и естественнонаучных знаний у всех выпускников школы, не только будущих ученых, но и будущих квалифицированных рабочих. Сильное математическое и естественнонаучное образование, его фундаментальность

являются конкурентным преимуществом России. В обучении математике и естественным наукам мы должны максимально использовать существующий потенциал и российские традиции, дополняя их последними научными достижениями, современными образовательными технологиями»

Контрольные измерительные материалы единого государственного экзамена по математике в 2010 году соответствуют целям ЕГЭ:

- подтверждение наличия у выпускника базовых математических компетенций (т.е. получение участником экзамена не менее минимального количества баллов ЕГЭ);

- ранжирование выпускников при поступлении в образовательные учреждения среднего специального или высшего профессионального образования.

Достоверным источником информации о содержании и объеме материала, структуре и системе оценивания экзаменационной работы являются следующие документы:

- Кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2010 г.;

- Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2010 г.;

- Спецификация контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2010 г. по математике

- Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для ЕГЭ 2010 года по математике.

Создан Открытый банк математических задач, обеспечивающую цель поддержки работы учителя и самостоятельной работы учащихся по подготовке к сдаче экзамена на базовом уровне.

### **Краткое описание КИМ ЕГЭ 2010 года по математике**

Контрольные измерительные материалы ЕГЭ 2010 года по математике существенно отличаются от материалов, используемых в 2002–2009 годах (некоторые намеченные изменения в материалах были проведены уже в 2009 году).

По сравнению с ЕГЭ 2009 года общее число заданий экзаменационной работы 2010 года уменьшено, в то же время число заданий с кратким ответом и с развернутым ответом увеличено. Задания с выбором ответа отсутствуют. Экзаменационный вариант состоит из двух частей.

В первую часть экзаменационной работы включены 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности, проверяющие базовые вычислительные и логические умения и навыки, навыки аналитических преобразований, умения анализировать информацию, представленную в текстах, графиках и таблицах, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

Вторая часть работы, состоящая из заданий с развернутым ответом, расширена в целях более точной дифференциации выпускников для отбора в вузы и ссузы с различными требованиями к уровню математической подготовки обучающихся. В нее включены 6 заданий с развернутым ответом: С1–С4 – повышенного уровня сложности, С5, С6 – высокого уровня сложности. Первые четыре задания этой части предназначены для проверки знаний, умений и навыков на том уровне требований, который традиционно предъявляется вступительными экзаменами по математике при поступлении в педагогические и технические вузы. Последние два задания второй части предназначены для конкурсного отбора абитуриентов в ведущие университеты страны, на специальности, предполагающие творческое владение математикой.

При выполнении заданий второй части возможны различные способы решения задания и записи развернутого ответа. Решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений экзаменуемого, в целом (метод, форма записи) решение может быть произвольным – оценивается степень полноты и обоснованности рассуждений независимо от конкретного хода решения.

На выполнение всей экзаменационной работы из 18 заданий отводится (как и в прошлые годы) 4 часа (240 минут).

На экзамене 2010 года вместе с КИМ будут предоставлены основные формулы по математике, разрешено использование линейки. Использование калькуляторов не разрешается.

### **Итоги ЕГЭ по математике 2009 года, результаты диагностических работ и основные направления подготовки к экзамену**

Анализ результатов ЕГЭ позволяет получить определенные данные о сильных и слабых сторонах математической подготовки выпускников, определить уровни усвоения знаний и умений отдельными группами выпускников, совершенствовать формы контроля.

Все задания, используемые в ЕГЭ, проходят многоступенчатую экспертизу на соответствие Федеральному компоненту государственного образовательного стандарта общего образования (2004 года) по математике, а также требованиям, предъявляемым к качеству КИМ.

Анализ результатов ЕГЭ по математике 2009 года, представленный в аналитическом отчете ФИПИ «Результаты единого государственного экзамена (краткий анализ результатов выполнения экзаменационных работ ЕГЭ в мае-июне 2009 года)» ([www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)), и диагностические работы в формате ЕГЭ ([www.mioo.ru](http://www.mioo.ru)), проведенные осенью 2009 года, позволяют сделать ряд выводов относящихся к ключевым вопросам, на которых должна быть сосредоточена подготовка к ЕГЭ.

Прежде всего, отметим большое количество вычислительных ошибок, допущенных как при выполнении задач базового, так и повышенного уровней сложности.

Как и в предыдущие годы, типичными при выполнении заданий базового уровня сложности (часть 1 КИМ) являются ошибки, связанные с незнанием свойств степеней, логарифмов и квадратного корня; с неумением использовать стандартные методы решения простейших уравнений и неравенств. Анализы выполнения диагностических работ констатируют еще одну проблему – внимательного чтения текста: многие учащиеся выпускного класса подменяют вопрос задания: вместо требуемого «наибольшего значение» находят «наименьшее»; вместо скорости велосипедиста находят скорость машины и т.д. В методических письмах прошлых лет этой проблеме не уделялось должного внимания, а такие проблемы были: вместо призмы выпускник рассматривал пирамиду, вместо неравенства решал уравнение и т.п.

Исключение заданий с выбором ответа из КИМ ЕГЭ потребовало от выпускников решения задачи, а не угадывания ответа.

Наличие заданий с выбором ответа, в которых слабо подготовленный учащийся часто давал ответ просто наугад, смазывало картину трудностей. В том же направлении работало и требование, чтобы все задания давались только по материалу старшей школы. Однако, анализ выполнения заданий первой части диагностических работ в ноябре 2009 года показал, что у нас есть серьезные пробелы в базовой, «арифметической» подготовке учащихся. Каждый пятый учащийся выпускного класса не решает:

- Простейшую арифметическую задачу (например, «Керамическая плитка стоит 150 рублей за штуку. Какое наибольшее число таких плиток можно купить на 500 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?»);
- Простейшую практическую задачу. Приведем пример. «Для остекления веранды требуется заказать 20 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла  $0,25 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (рублей за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (рублей за одно стекло)	Дополнительные условия
А	300	17	
Б	320	13	
В	340	8	При заказе на сумму больше 2500 рублей резка бесплатно

То, что каждый пятый выпускник не может получить правильный ответ в задачах базового уровня сложности, свидетельствует не только о низкой вычислительной культуре, но и об утере социальной направленности преподавания математики в школе. Отметим, что восстановление умения

решать такого рода задачи является абсолютно реальной целью, важной не только для «подготовки к ЕГЭ».

Если компетентностные задачи раньше не выносились на экзамен, то задания базового уровня, традиционно изучаемые в 10–11 классах, решаются учащимися на том же невысоком уровне:

- простейшее логарифмическое уравнение (например,  $\log_4(3x-5)=2$ );
- логарифмическое уравнение (например,  $7-\log_2(x+2)=\log_2(x-6)$ );
- простейшее иррациональное уравнение (например,  $\sqrt{2x-3}=3$ );
- задание на нахождения наибольшего значения функции на отрезке (например, функции  $y=9x-8\sin x+3$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ ).

Проблеме формирования базовых математических компетентностей у выпускников уделялось внимание и раньше, например, в методическом письме «Об использовании результатов единого государственного экзамена 2008 года в преподавании математики в образовательных учреждениях среднего (полного) общего образования».

Включение в КИМ ЕГЭ 2010 года геометрических заданий базового уровня нацелено на восстановление преподавания геометрии. Сокращение преподавания геометрии в большом числе школ определяется, в том числе, отсутствием контроля геометрических знаний на базовом уровне (к геометрическим задачам ЕГЭ в 2009 году приступало менее 20% экзаменуемых).

В геометрической подготовке выпускников имеются пробелы в развитии пространственных представлений, умении правильно изобразить геометрические фигуры, провести дополнительные построения, провести вычисления, применить полученные знания к решению практических задач.

Например, вызывает трудности у половины учащихся 11 классов следующее задание:

- В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  боковая сторона  $AB$  равна 15, а  $\cos A = \frac{3}{5}$ . Найдите высоту, проведенную к основанию.

Плохо справляются выпускники и с геометрическими задачами курса старшей школы:

- В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AA_1=4$ ,  $A_1 D_1=6$ ,  $C_1 D_1=6$ , найдите тангенс угла между плоскостью  $ADD_1$  и прямой  $EF$ , проходящей через середины ребер  $AB$  и  $B_1 C_1$  – решили почти все, приступившие к решению задач части 2;
- Дан параллелограмм  $ABCD$ ,  $AB=2$ ,  $BC=3$ ,  $\angle A=60^\circ$ . Окружность с центром в точке  $O$  касается угла  $D$  и двух сторон параллелограмма, исходящих из вершины одного из его острых углов. Найдите площадь четырехугольника  $ABOD$  – уже решила половина из приступивших к решению задач части 2.

## **Рекомендации по совершенствованию методики преподавания математики с учетом результатов ЕГЭ и диагностических работ 2009 года**

Результаты экзамена выявили ряд нерешенных проблем, характерных для подготовки различных категорий выпускников. О некоторых направлениях совершенствования обучения математике говорилось в методических письмах прошлых лет:

- ориентация на прочное усвоение базовых требований к математической подготовке;
- дифференциация обучения, разработка стратегии обучения и подготовки к выпускному экзамену с учетом уже имеющегося у выпускника уровня образовательной подготовки;

Контрольные измерительные материалы ЕГЭ 2010 года ориентируют и учителя, и учащихся на полноценное изучение курсов алгебры и начал анализа и геометрии по учебникам из Федерального перечня. Первоочередная задача изучения курса математики – это качественное изучение предмета на базовом уровне.

Открытость аттестационных процедур в сфере образования реализуется, в том числе, и с помощью Открытого банка математических задач. Первая часть КИМ ЕГЭ 2010 года по математике формируется на основе заданий Открытого банка. Доступ к заданиям Открытого банка свободный и для школьника, и для учителя, и для родителя. Главная задача открытого банка заданий ЕГЭ по математике — дать представление о том, какие задания будут в вариантах единого государственного экзамена по математике в 2010 году, и помочь выпускникам сориентироваться при подготовке к экзамену. Задания открытого банка помогут будущим выпускникам повторить (освоить) школьный курс математики, найти в своих знаниях слабые места и ликвидировать их до экзамена. Задачи В1–В12 представлены заданиями, покрывающими все требования Федерального компонента образовательного стандарта, содержат все основные типы заданий базового уровня, представленные в школьном курсе математики. При этом, задания открытого банка содержат как задания, аналогичные экзаменационным (отличающиеся числовыми параметрами), кроме того, на каждой позиции представлены задания и попроще, и посложнее реальных.

Таким образом, подготовка не сводится к «натаскиванию» выпускника на выполнение определенного типа задач, содержащихся в демонстрационной версии экзамена. Подготовка к экзамену означает изучение программного материала с включением заданий в формах, используемых при итоговой аттестации. Кроме того, необходимо выявить и ликвидировать отдельные пробелы в знаниях учащихся. Одновременно надо постоянно выявлять проблемы и повышать уровень каждого учащегося в следующих областях (хорошо известных каждому учителю): арифметические действия и культура вычислений, алгебраические преобразования и действия с основными функциями, понимание условия задачи, решение практических задач, самопроверка.

При преподавании геометрии необходимо, прежде всего, уделять внимание формированию базовых знаний курса стереометрии (угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, многогранники и т.д.). Одновременно необходимо находить возможность восстанавливать базовые знания курса планиметрии (прямоугольный треугольник, решение треугольников, четырехугольники и т.д.). При изучении геометрии необходимо повышать наглядность преподавания, больше уделять внимания вопросам изображения геометрических фигур, формированию конструктивных умений и навыков, применению геометрических знаний к решению практических задач.

При изучении начал анализа следует устранять имеющийся перекос в сторону формальных манипуляций, зачастую не сопровождающихся пониманием смысла проводимых действий; уделять большее внимание пониманию основных идей и базовых понятий анализа (геометрический смысл производной и т.п.)

Изменение акцента в проверке решений заданий с развернутым ответом (части С) с выявления недочетов на фиксацию успехов в решении в большей мере ориентирует учащихся на поиск путей решения задачи (в том числе и нестандартных). Следует постоянно подчеркивать, что при оценивании решения задачи учитывается и логика решения, и аргументация, а не только получение верного ответа.

Для организации подготовки школьников к экзамену учителю рекомендуется прежде всего выявлять целевые аудитории (группы), например:

первая группа – учащиеся, которые поставили перед собой цель – преодоление нижнего рубежа (5-6 заданий);

вторая группа – учащиеся, которые поставили перед собой цель – получить не очень высокие баллы (на уровне 50-60 баллов по 100-балльной шкале), но достаточные для поступления в вуз, не предъявляющий высоких требований к уровню математической подготовки;

третья группа – учащиеся, которые поставили перед собой цель – получить высокие баллы (больше 60 баллов по 100 балльной шкале), необходимые для поступления в вуз, предъявляющий высокие требования к уровню математической подготовки абитуриентов.

Для каждой целевой группы можно сформулировать несколько принципов организации подготовки к ЕГЭ.

Первая целевая группа. Для этой группы необходимо преодолеть рубеж 5 – 6 заданий части 1.

Нужно провести тренировочную работу, выявить сильные и слабые позиции математической подготовки каждого и работать с сильными позициями (закреплять то, что уже получается). Число выбранных заданий должно быть, как правило, не менее 8.

Работа должна быть построена так, чтобы за месяц до итоговой аттестации закончить рассмотрение всех выбранных позиций заданий с кратким ответом, совмещая работу с регулярным тематическим повторением и отработкой базовых математических навыков.

Раз в месяц можно проводить зачетную работу (аудиторную или домашнюю, индивидуальную или групповую) по выбранным задачам позиций части 1 ЕГЭ 2010 года. Общая цель такой работы – отработать решение выбранных заданий и вселить уверенность в учащих, что нижний рубеж им по силам.

Вторая целевая группа. Для этой группы необходимо уверенно выполнять 11-12 заданий части 1. Желательно и С1 или С2.

Нужно провести тренировочную работу, выявить сильные и слабые позиции математической подготовки каждого и работать со слабыми позициями, постоянно держа под контролем сильные позиции выполнением соответствующих задач (добиваться выполнения того, что не получается).

Работа должна быть построена так, чтобы за два месяца до итоговой аттестации закончить рассмотрение всех позиций части 1 ЕГЭ 2010 года, и к моменту итоговой аттестации закончить систематическое повторение тем, соответствующих выбранным позициям части С.

Раз в месяц можно проводить зачетную работу (аудиторную или домашнюю) по задачам разных позиций части 1. Для учащихся этой целевой группы желательно регулярное проведение тренировочных работ, состоящих из заданий части 1 и выбранных позиций части 2, в частности, формируемых на базе работ, публикуемых на сайте Открытого банка математических задач.

Общая цель такой работы – сформировать навыки самопроверки и добиться устойчивого результата (на уровне ожидаемого) по работе с задачами первой части (на уровне – 9-12 заданий), повторить темы, дающие возможность решения определенных позиций части 2.

Третья целевая группа. Для этой группы необходимо отработать умение уверенно выполнять 11-12 заданий части 1, задания С1, С2, определить, исходя из целей учащегося, его возможностей, баланса времени, ряд позиций С3-С6, на которые обращать внимание при организации систематического повторения.

Нужно провести тренировочную работу, выявить сильные и слабые позиции математической подготовки каждого и работать со слабыми позициями, постоянно держа под контролем сильные позиции выполнением соответствующих задач.

Работа должна быть построена так, чтобы за два-три месяца до итоговой аттестации отработать устойчивое выполнение всех заданий части 1, скорректировать траекторию подготовки исходя из времени, требующегося на решения заданий части 1, успехов в подготовке к решению заданий части 2.

Раз в месяц, помимо выполнения тренировочных работ, рекомендуется проводить зачетную работу (аудиторную или домашнюю) по задачам всех позиций части 1, регулярно решать задания, развивающие творческие способности учащихся к решению задач повышенного уровня сложности.

КИМ ЕГЭ по математике 2010 года приближены к традиционным выпускным и вступительным экзаменам по математике, поэтому традиционное систематическое итоговое повторение, проведение традиционных письменных работ (самостоятельные и контрольные работы,



зачеты), где ученик предъявляет не только ответы, но и решения заданий, становится важным как для учащихся, изучающих предмет на базовом уровне, так и для учащихся, изучающих предмет на профильном (или углубленном) уровне.

**Материалы сайта ФИПИ (<http://www.fipi.ru>)**

На сайте ФИПИ размещены следующие нормативные, аналитические, учебно-методические и информационные материалы, которые могут быть использованы при организации учебного процесса и подготовке учащихся к ЕГЭ:

- Аналитический отчет «Результаты единого государственного экзамена 2009 года»;
- документы, регламентирующие разработку КИМ ЕГЭ по математике 2010 года;
- учебно-методические материалы для членов и председателей региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом;
- методические письма прошлых лет;
- обучающая компьютерная программа «Эксперт ЕГЭ»;
- Открытый банк математических задач.